IX. — PROBLEMI DI APPLICAZIONE DELL'ALGEBRA ALLA GEOMETRIA RELATIVI ALLE FIGURE PIANE

1 Se aumenta la misura della base di un rettangolo di m 4 e la misura dell'altezza di m 2, l'area del rettangolo aumenta di m^2 30, mentre se diminuisce la misura della base di m 1 ed aumenta la misura dell'altezza di m 1, l'area aumenta di m^2 1. Trovare le misure delle dimensioni del rettangolo.

(x e y dimensioni del rettangolo ; sistema di 1° grado in 2 incognite ; $x =$ m 5 ; $y =$ m 3).

2 Determinare le ampiezze dei tre angoli di un triangolo sapendo che la somma del doppio del 1° col triplo del 2° è uguale a 302°, la somma del triplo del 1° col quadruplo del 3° vale 374° e quella del doppio del 2° col quintuplo del 3° è uguale a 496°.

(x, y, z i tre angoli ; sistema di 1° grado in 3 incognite ; $x = 34°$; $y = 78°$; $z = 68°$).

3 La differenza delle misure delle dimensioni di un rettangolo è cm 35 ; il loro rapporto vale $^9/_2$; trovare le misure delle due dimensioni e della diagonale.

(x, y dimensioni ; sistema di 1° grado in 2 incognite ; $x =$ = cm 45 ; $y =$ cm 10 ; poi diagonale con il Teorema di Pitagora ...).

4 La somma delle misure delle dimensioni di un rettangolo è cm 105, la differenza è cm 65 ; trovare le misure delle due dimensioni e della diagonale.

(x, y dimensioni ; sistema di 1° grado in 2 incognite ; $x =$ = cm 85 ; $y =$ cm 20 ; ...).

5 Le proiezioni dei cateti di un triangolo rettangolo sull'ipotenusa sono lunghe cm 4 e cm 81 ; trovare le misure dell'altezza e dei cateti.

(Senza equazione ; mediante il 2° Teorema di Euclide : altezza = cm 18 ; mediante il Teorema di Pitagora : cateti = = cm $2\sqrt{85}$ e cm $9\sqrt{85}$).

6 Il lato di un rombo è lungo dm 40 ed uno degli angoli misura **60°** ; trovare le misure delle diagonali e l'area.

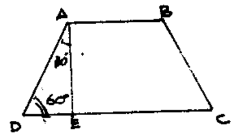
(Si hanno due triangoli equilateri ; senza equazione ; una diagonale = dm $40\sqrt{3}$).

7 In un parallelogramma, in cui si considera come base uno dei lati maggiori, l'altezza vale i $^7/_{12}$ di uno dei lati minori; sapendo che la differenza delle misure dei lati vale cm 24 e che $^1/_3$ della misura della base supera di cm 20 $^1/_4$ della misura di uno degli altri lati, calcolare l'area del parallelogrammo e la misura della diagonale minore.

(x base, y l'altro lato; sistema di 1° grado in due incognite; x = cm 168; y = cm 144; altezza = cm 84; poi area = = cm² $168 \cdot 84 = \ldots$).

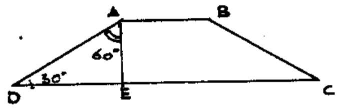
8 In un trapezio isoscele la base maggiore è lunga cm 50 e la base minore cm 30; gli angoli adiacenti alla base maggiore sono di 60°; calcolare l'area e la misura del perimetro del trapezio.

(Il triangolo $A\,D\,E$ risulta metà di un triangolo equilatero ...; senza equazione; altezza = cm $10\sqrt{3}$; lato obliquo = = cm 20 ...).



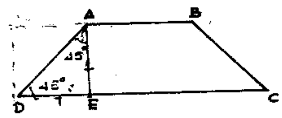
9 In un trapezio isoscele la base maggiore misura cm $100\sqrt{3}$ e la base minore cm $60\sqrt{3}$; gli angoli adiacenti alla base maggiore sono di 30°. Calcolare l'area e la misura del perimetro del trapezio.

(Il triangolo $A\,D\,E$ risulta metà di un triangolo equilatero ... ; senza equazione; altezza = cm 20; lato obliquo = cm 40 ...).



10 In un trapezio isoscele la base maggiore è lunga cm 80 e la base minore cm 60; gli angoli adiacenti alla base maggiore sono di 45°; calcolare l'area e la misura del perimetro del trapezio.

(Il triangolo $A\,D\,E$ risulta metà di un quadrato ... ; senza equazione; altezza = cm 10; lato obliquo = cm $10\sqrt{2}$...).

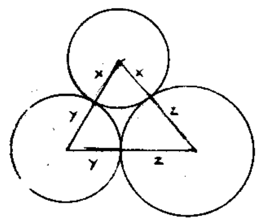


11 La somma delle lunghezze dei raggi di due circonferenze concentriche è dm 28 e la loro differenza è dm 12; trovare le misure dei raggi e l'area della corona circolare.

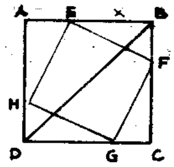
(x, y i due raggi; sistema di 1° grado in due incognite; x = = dm 20; y = dm 8; area corona circolare = dm² $\pi \cdot 336$).

12 Trovare le misure dei raggi e le aree dei tre cerchi tangenti fra loro ed aventi per centri i vertici di un triangolo i cui lati misurano dm 10, dm 16, dm 18.

(x, y, z i tre raggi; sistema di 1° grado in 3 incognite; x = dm 4; y = dm 6, z = dm 12 ...).

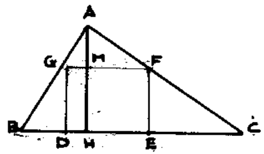


13 In un quadrato la cui diagonale è lunga m 42 è inscritto un altro quadrato, in modo che ciascun vertice del secondo divide il lato del primo nel rapporto $^5/_{16}$; determinare le misure del lato e della diagonale del quadrato inscritto.



($\overline{EB} = x$; $\overline{AE} = 5/16 \cdot x$; $\overline{AB} = \text{m}\, 21\sqrt{2}$; $x + 5/16 \cdot x = 21\sqrt{2}$; $\overline{EB} = \text{m}\ 16\sqrt{2}$; $\overline{AE} = \text{m}\ 5\sqrt{2}$; $\overline{EF} = \text{m}\ \sqrt{2 \cdot 281}$; $\overline{HF} = \text{m}\ 2\sqrt{281}$).

14 In un triangolo di base dm 120 ed altezza dm 60 inscrivere un rettangolo tale che abbia l'altezza uguale ai $^3/_4$ della base.

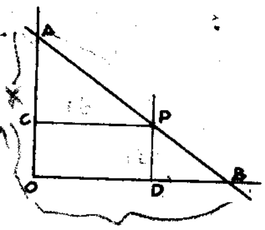


($\overline{DE} = x$; $\overline{FE} = 3/4 \cdot x$; similitudine ... ; equazione 1° grado : $120 : x = 60 : (60 - 3/4 \cdot x)$; $x = \text{dm } 48$; $\overline{FE} = \text{dm } 36$).

15 In un triangolo di base cm 30 ed altezza cm 150 inscrivere un rettangolo di perimetro cm 180.

(x base del rettangolo ; altezza rettangolo : $90 - x$; similitudine ; equazione 1° grado ; $30 : x = 150 : (150 - 90 + x)$; $x = \text{cm } 15$; altezza $= \text{cm } 75$).

16 Per un punto distante cm 16 e cm 12 dai lati di un angolo retto condurre una secante tale che il triangolo rettangolo determinato da essa e dai lati dell'angolo retto abbia un cateto uguale ai $^3/_4$ dell'altro.



($\overline{OB} = x$; $\overline{AO} = 3/4 \cdot x$; similitudine triangoli ... ; equazione di 2° grado spuria ; $x = \text{cm } 32$ ...).

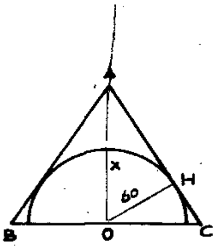
17 In un trapezio isoscele la base maggiore è lunga cm 50, i lati obliqui alle basi misurano cm 30 e la diagonale cm 40. Trovare la misura della base minore.

($2x$ base minore ; Teorema Pitagora ; equazione 1° grado : $900 - (25 - x)^2 + (25 + x)^2 = 40^2$; $x = \text{cm } 7$; $2x = \text{cm } 14$).

18 Di un triangolo isoscele si conoscono le misure del perimetro, cm 50, e dell'altezza, cm 15. Determinare le misure dei lati.

(x semibase ; lato uguale : $25 - x$; Teorema di Pitagora ; equazione 1° grado : $225 + x^2 = (25 - x)^2$; $x = \text{cm } 8$ ...).

19 Circoscrivere ad un semicerchio di raggio cm 60 un triangolo isoscele che abbia la base uguale a $2\sqrt{3}$ volte l'altezza.



(Altezza $x = \overline{AO}$; $\overline{BO} = 2x\sqrt{3}$; $\overline{OC} = x\sqrt{3}$; Teorema di Pitagora al triangolo AOC : $\overline{AC} = 2x$; ricordiamo che il prodotto delle misure dell'altezza relativa all'ipotenusa e dell'ipotenusa dà il prodotto delle misure dei cateti ... ; equazione 2° grado spuria ; $x = $ = cm $40\sqrt{3}$) .

20 In un triangolo rettangolo la somma, la differenza ed il prodotto dei due cateti stanno fra loro come 7 : 1 : 60. Trovare la misura dell'ipotenusa del triangolo.

(x, y i due cateti ; sistema, poi equazione 2° grado spuria ; $x = 20$; $y = 15$; ipotenusa $= 25$).

21 L'area di un rombo è cm² 96 ; una diagonale è i $^4/_3$ dell'altra. Trovare le misure delle due diagonali e del perimetro del rombo.

(x una diagonale ; altra diagonale $^4/_3 \cdot x$; equazione 2° grado pura ; $x =$ cm 12 ; altra diagonale = cm 16 ; lato = = cm 10 ; perimetro = cm 40).

22 L'area di un rettangolo è m² 3'780 ; la base è i $^{21}/_{29}$ della diagonale. Trovare le misure della diagonale e delle due dimensioni del rettangolo.

(x diagonale ; base $^{21}/_{29} \cdot x$; mediante Teorema Pitagora : altezza $^{20}/_{29} \cdot x$; equazione di 2° grado pura ; $x =$ m 87).

23 L'area di un triangolo rettangolo i cui cateti sono uno i $^3/_4$ dell'altro è m² 600 ; calcolare le misure dei cateti, dell'ipotenusa, dell'altezza relativa all'ipotenusa e delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

(x un cateto ; altro cateto $^3/_4 \cdot x$; esprimiamo l'area ; equazione di 2° grado pura ; $x =$ m 40 ; l'altro cateto = m 30 ; ipotenusa = m 50 ...).

24 Un cateto di un triangolo rettangolo è lungo cm 18 ; l'altro cateto vale $^4/_5$ dell'ipotenusa ; trovare l'area del triangolo e la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa.

(x ipotenusa ; un cateto $^4/_5 \cdot x$; Teorema di Pitagora ; equazione di 2° grado pura ; $x =$ cm 30 ; cateto = cm 24 ...).

25 L'area di un trapezio misura cm² 1'375 ; la base maggiore è $^8/_3$ della base minore ; questa vale $^6/_5$ dell'altezza. Calcolare le misure delle due basi e dell'altezza del trapezio.

(x altezza ; equazione di 2° grado pura ; base maggiore = = cm 80 ; base minore = cm 30 ; altezza = cm 25).

26 L'area di un trapezio rettangolo misura m² 1'150 ; la base maggiore vale i $^{13}/_{10}$ della base minore e i $^{13}/_5$ del lato obliquo. Trovare le misure dei quattro lati.

(x base minore ; equazione 2° grado pura ; base maggiore = = m 65 ; base minore = m 50 ; lato obliquo = m 25 ; altezza = m 20).

27 L'area di un triangolo è dm² 550; la base è $^{11}/_4$ dell'altezza e viene da questa divisa nel rapporto $^3/_8$. Trovare le misure dei lati del triangolo.

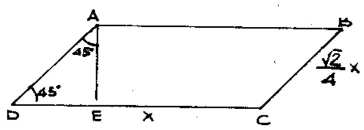
(x altezza; esprimiamo l'area; equazione 2° grado pura; base = dm 55; altezza = dm 20; col « comporre » si hanno le due parti in cui la base è divisa dall'altezza: dm 15 e dm 40; col Teorema di Pitagora i due lati: dm 25 ...).

28 In un triangolo gli angoli stanno fra loro come 1 : 2 : 3; il perimetro è cm $10\,(3 + \sqrt{3})$. Trovare le misure degli angoli del triangolo e dei lati e l'area.

(x, y, z gli angoli; col « comporre »: $x = 30°$; $y = 60°$; $z = 90°$; il triangolo risulta rettangolo; avendo un angolo di 30° un cateto è metà dell'ipotenusa; i cateti valgono: cm 10 e cm $10\sqrt{3}$; l'ipotenusa cm 20).

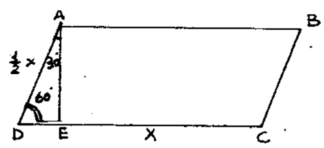
29 L'area di un parallelogrammo è cm² 1·600; l'angolo acuto adiacente alla base è di 45°; calcolare le misure della base, dell'altezza e del perimetro del parallelogrammo sapendo che il lato adiacente alla base è $\sqrt{2}/4$ della base.

(ADE è la metà di un quadrato; base $\overline{DC} = x$; $\overline{BC} = \sqrt{2}/4 \cdot x$; $\overline{AE} = x/4$; esprimiamo l'area; equazione di 2° grado pura; x = cm 80; lato obliquo = cm $20\sqrt{2}$; altezza = cm 20).



30 L'area di un parallelogrammo è cm² $900\sqrt{3}$; l'angolo acuto adiacente alla base è di 60°; calcolare le misure della base, dell'altezza e del perimetro sapendo che il lato adiacente alla base è $^1/_2$ della base.

(ADE è metà di un triangolo equilatero; base $\overline{DC} = x$; lato obliquo $\overline{AD} = 1/2 \cdot x$; $\overline{DE} = 1/4 \cdot x$; $\overline{AE} = 1/4 \cdot x\sqrt{3}$; esprimiamo l'area; equazione 2° grado pura; x = cm 60; lato obliquo = cm 30; $\overline{AE}$ = cm $15\sqrt{3}$).

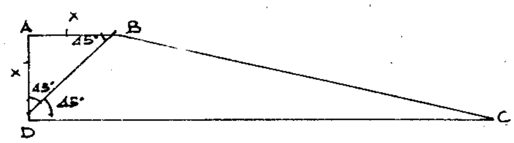


31 L'area di un parallelogrammo è cm² $1{\cdot}500\sqrt{3}$; l'angolo acuto adiacente alla base è di 30°; calcolare le misure della base, dell'altezza e del perimetro sapendo che il lato adiacente alla base è $^3/_{10} \cdot \sqrt{3}$ della base.

(Una figura è la metà di un triangolo equilatero; base x; lato obliquo $^3/_{10} \cdot \sqrt{3}\,x$; ... equazione 2° grado pura; base = cm 100; altezza = cm $15\sqrt{3}$; lato obliquo = cm $30\sqrt{3}$ ...).

32 La diagonale minore di un trapezio rettangolo forma con la base maggiore un angolo di 45°; la base minore è $^1/_5$ della base maggiore. Calcolare le misure delle due basi, dell'altezza e del lato obliquo sapendo che l'area è cm² 300.

(Base minore $= x =$ altezza; $\overline{CD} = 5x$; equazione 2° grado pura; $x =$ cm 10 ; $\overline{CD} =$ cm 50 ...).



33 I cateti di un triangolo rettangolo sono lunghi dm 21 e dm 20; a partire dal vertice dell'ipotenusa comune al primo cateto si divide l'ipotenusa stessa in parti proporzionali ai numeri 3 e 4; dal punto di divisione si traccia la perpendicolare all'ipotenusa. Calcolare l'area delle due parti in cui è diviso il triangolo.

(Col Teorema di Pitagora ipotenusa = dm 29; x una parte dell'ipotenusa; altra parte $3/4 \cdot x$; equazione 1° grado; $x =$ = dm $^{116}/_7$; poi similitudine ...).

34 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo è lunga dm 68; un cateto è $^{15}/_8$ dell'altro. Calcolare le misure dei cateti di un altro triangolo simile al primo, avente l'ipotenusa lunga dm 28.

(x un cateto; altro cateto $^{15}/_8 \cdot x$; Teorema Pitagora; equazione 2° grado pura; i cateti: dm 32 e dm 60; poi y, z cateti incogniti del triangolo simile: $y : 32 = 28 : 68$ ...).

35 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura m 68 ed un cateto m 60; un punto dell'ipotenusa la divide in due parti proporzionali ai numeri 5 e 12. Trovare le misure delle distanze di quel punto dai due cateti e dal vertice dell'angolo retto.

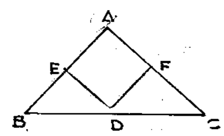
(Altro cateto con Teorema Pitagora = m 32; x una parte dell'ipotenusa; altra parte $^5/_{12} \cdot x$; equazione 1° grado; $x =$ = m 48; poi similitudine ...).

36 Nel triangolo rettangolo $A\,B\,C$ l'ipotenusa misura m 60 ed il cateto $A\,B$ è i $^3/_4$ del cateto $A\,C$; la perpendicolare condotta da un punto P del cateto $A\,C$ sull'ipotenusa determina un triangolo $P\,M\,C$ avente un cateto lungo m 10. Calcolare le misure degli altri due lati del triangolo ottenuto.

(Cateti: m 36 e m 48; poi, senza equazione, similitudine ...).

37 In un triangolo rettangolo i cateti misurano cm 36 e cm 48; trovare la misura del lato del quadrato inscritto nel triangolo avente due lati sui cateti.

(Lato del quadrato $\overline{AE} = x$; similitudine triangoli; equazione di 1° grado: $36 : 48 =$ $= x : (48 - x)$ ...).



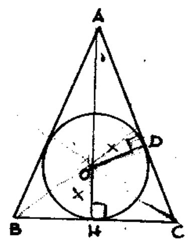
38 L'area di un triangolo rettangolo è cm^2 864; un cateto è $^3/_4$ dell'altro; da un punto del cateto maggiore che lo divide, a partire dal vertice dell'angolo acuto, in parti proporzionali ai numeri 5 e 8, si tracci la perpendicolare al cateto stesso. Calcolare l'area delle due parti in cui viene diviso il triangolo.

(Cateti: cm 36 e cm 48; ipotenusa = cm 60; poi similitudine, senza equazione ...).

39 Il cateto $A\,C$ di un triangolo rettangolo $A\,B\,C$ è lungo cm 30; l'altro cateto $A\,B$ è $^4/_5$ dell'ipotenusa. Da un punto D del cateto $A\,C$ che, a partire dal vertice dell'angolo retto, lo divide in parti proporzionali ai numeri 3 e 5, si conduce la parallela $D\,E$ all'ipotenusa. Calcolare la lunghezza del segmento di questa parallela compreso fra i cateti e l'area del triangolo da esso determinato.

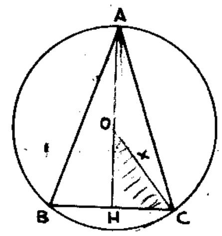
(Ipotenusa = cm 50; altro cateto = cm 40; poi similitudine senza equazione, poi Teorema di Pitagora ...).

40 Il lato di un triangolo isoscele è lungo cm 68; la semibase misura cm 32; determinare la lunghezza del raggio del cerchio inscritto nel triangolo.



(Raggio $\overline{OD} = x$; Teorema di Pitagora: altezza $\overline{AH}$ = cm 60; similitudine triangoli $A\,H\,C$, $A\,O\,D$: $32 : x = 68 : (60 - x)$; equazione di 1° grado; x = cm $^{96}/_5$).

41 Il lato di un triangolo isoscele misura cm 60 e la semibase cm 36; trovare la lunghezza del raggio del cerchio circoscritto al triangolo.

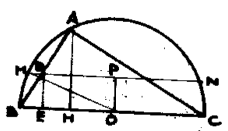


(Raggio $\overline{OC} = x$; Teorema di Pitagora: altezza $\overline{AH}$ = cm 48; Teorema di Pitagora triangolo rettangolo $O\,H\,C$: $(48-x)^2 + 36^2 = x^2$; equazione 1° grado).

42 La somma delle misure dei raggi di due circonferenze concentriche vale cm 28, mentre il loro rapporto vale $^4/_3$. Trovare le misure dei due raggi e l'area della corona circolare.

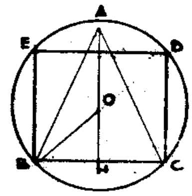
(x, y i due raggi;
$\begin{cases} x + y = 28 \\ x/y = 4/3 \end{cases}$ x = cm 16; y = cm 12; $S = cm^2 \pi \cdot 112$).

43 I cateti di un triangolo rettangolo $A\,B\,C$ sono $\overline{AB}$ = cm 36 e $\overline{AC}$ = = cm 48; da un punto D del cateto $A\,B$, distante cm 12 da B, si conduce la parallela all'ipotenusa. Calcolare la lunghezza della corda determinata su questa retta dalla semicirconferenza circoscritta al triangolo.



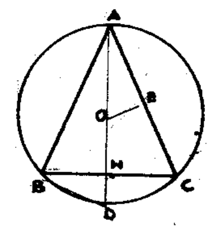
(Ipotenusa $\overline{BC}$ = cm 60; $\overline{AH}$ = cm $36 \cdot 48/60$ = cm 144/5; similitudine dei triangoli $A\,H\,B$, $D\,E\,B$ ...; $\overline{ED} = \overline{PO}$ = = cm 48/5; Teorema di Pitagora al triangolo $P\,O\,M$: $\overline{PM}$ = = cm $\sqrt{30^2 - (48/5)^2} = ...$).

44 Una corda di una circonferenza di raggio cm 10 è base di un triangolo isoscele e lato di un rettangolo inscritti nella circonferenza. Conoscendo il rapporto $^4/_5$ tra la corda ed il diametro, determinare il rapporto fra le aree del triangolo e del rettangolo.



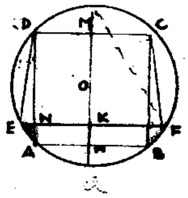
($\overline{BC} : 20 = 4 : 5$; $\overline{BC} = $ cm 16 ; $\overline{HB} =$ = cm 8 ; Teorema di Pitagora $\overline{OH} =$ cm 6 ; $\overline{AH} =$ cm 16 ; $\overline{CD} =$ cm 12 ; poi aree e relativo rapporto ...).

45 In una circonferenza è inscritto un triangolo isoscele tale che la somma delle misure della semibase e dell'altezza è cm 92, mentre il loro rapporto è $^8/_{15}$. Calcolare: 1°) la lunghezza del lato del triangolo; 2°) la lunghezza del prolungamento dell'altezza fino all'intersezione con la circonferenza; 3°) la misura della distanza del centro dal lato obliquo.



(x, y semibase ed altezza; sistema 1° grado in due incognite; $x =$ cm 32 ; $y =$ cm 60 ; Teorema Pitagora $\overline{AC} =$ cm 68. Al triangolo rettangolo ABD il 2° Teorema di Euclide: $\overline{HD} =$ cm $^{256}/_{15}$. Poi similitudine triangoli AHC, $AOE : \overline{OE} = ...$).

46 È dato un cerchio di raggio cm 15 ed in esso sono assegnate tre corde parallele, delle quali le estreme uguali al lato del quadrato inscritto e l'altra al lato del triangolo equilatero inscritto. Determinare l'area e le misure dei lati dell'esagono avente per vertici gli estremi delle tre corde. (*Abilitazione Magistrale*, 1929).



(Ricordiamo le formule relative al quadrato e al triangolo equilatero inscritti in un cerchio; $\overline{AB} = \overline{CD} =$ cm $15\sqrt{2}$; $\overline{EF} =$ cm $15\sqrt{3}$; $\overline{OK} =$ cm $^{15}/_2$; $\overline{OM} = \overline{OH} =$ = cm $15\sqrt{^2/_2}$; $\overline{MK} =$ cm $^{15}/_2\,(\sqrt{2}+1)$; $\overline{HK} =$ = cm $^{15}/_2 \cdot (\sqrt{2}-1)$; $S_{DCFE} =$ cm^2 $(^{15}/_2)^2 (\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot$ $\cdot (\sqrt{2}+1)$; $S_{ABFE} =$ cm^2 $(^{15}/_2)^2 (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)$; sommando: $S =$ cm^2 $625/2\,(\sqrt{6}+2)$; Teorema Pitagora ENA : $\overline{AE} =$ cm 18,225 ; $\overline{ED} =$ cm 3,9).

47 I lati di un triangolo misurano cm 8, cm 12 e cm 15; trovare, in funzione dei lati, le misure dei segmenti determinati dalle bisettrici degli angoli interni del triangolo sui lati opposti.

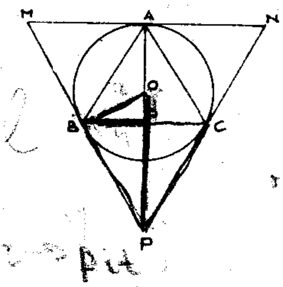
(x parte di un lato determinato da una bisettrice; parte rimanente $15 - x$; per il Teorema della bisettrice: $x : (15 - x) = 8 : 12$; $x =$ cm 6 ... e analogamente per le altre bisettrici).

48 I lati di un triangolo misurano cm 8, cm 12, cm 15; trovare, in funzione dei lati, le misure dei segmenti determinati dalle bisettrici degli angoli esterni sulle rette dei lati opposti.

(x, y distanze da due vertici del triangolo del punto d'intersezione di una bisettrice ... ;

$\begin{cases} x - y = 15 \\ x : y = 12 : 8 \end{cases}$ $\quad x =$ cm 45 ; $y =$ cm 30 . e analogamente per le altre bisettrici).

49. Un triangolo isoscele $A\,B\,C$ è inscritto in un cerchio di raggio m 1,56 e la sua altezza relativa alla base $B\,C$ è i $^{25}/_{26}$ del diametro. Determinare: *a*) le misure dei lati del triangolo; *b*) il rapporto fra l'area del triangolo e quella del triangolo equilatero inscritto nello stesso cerchio; *c*) le misure dei lati del triangolo che si ottiene conducendo nei vertici del triangolo $A\,B\,C$ le tangenti al cerchio. (*Abilitazione Magistrale*, 1930).

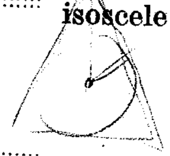


($\overline{AD} =$ m 3 ; $\overline{OD} =$ m $1{,}44$; $\overline{BD} =$ m $0{,}6$; $\overline{BC} =$ m $1{,}20$; $\overline{AC} = \overline{AB} =$ m $3{,}06$; $S_{ABC} =$ m^2 $1{,}8$; $S_{\text{triangolo equilatero}} =$ m^2 $1{,}8252 \cdot \sqrt{3}$; rapporto : $500\sqrt{3}/1521$.
1° Teorema di Euclide a $O\,B\,P$: $\overline{OP} =$ m $1{,}69$; $\overline{DP} =$ m $0{,}25$; $\overline{PA} =$ m $3{,}25$; triangoli simili $M\,P\,N$, $B\,P\,C$: $\overline{MN} =$ m $15{,}6$. Teorema Pitagora : $\overline{PM} = \overline{PN} =$ m $8{,}45$).

50. Ad una circonferenza di raggio cm 90 circoscrivere un triangolo isoscele di altezza $^4/_3$ della semibase.

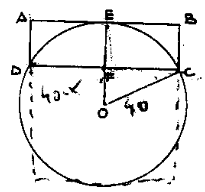
(x semibase; altezza $^4/_3 \cdot x$; similitudine; $x : 90 = {}^5/_3 \cdot x : ({}^4/_3 \cdot x - 90)$; equazione 2° grado spuria; $x =$ cm 180; base $=$ cm 360; altezza $=$ cm 240).

51. Ad una circonferenza di raggio cm 120 circoscrivere un triangolo isoscele avente ciascun lato uguale pari ai $^5/_3$ della semibase.



(x semibase; 2° grado spuria mediante similitudine; $x =$ cm 240 ; base $=$ cm 480 ; lato $=$ cm 400 ; altezza $=$ cm 320).

52. Determinare le misure dei lati di un rettangolo di perimetro cm 160 conoscendo la misura del raggio, cm 40, della circonferenza passante per gli estremi della base e tangente al lato opposto.



(x altezza del rettangolo; base $80 - x$; Teorema di Pitagora $O\,F\,C$; equazione 2° grado: $x^2 - 96x + 1280 = 0$; $x = 16$ e 80).

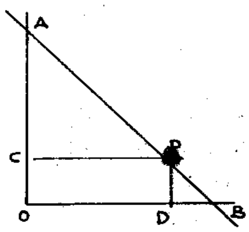
53. Data una circonferenza di raggio cm 60, tangente ai lati di un angolo retto, trovare su essa un punto tale che le perpendicolari condotte da tale punto ai lati dell'angolo formino, coi lati dell'angolo stesso, un rettangolo di perimetro cm 160.

(x altezza rettangolo; base $80 - x$; Teorema di Pitagora; equazione 2° grado; $x = 2\,(20 \pm 5\sqrt{14})$).

54 Dato un triangolo di lati cm 25, cm 26 e cm 34 determinare di quale lunghezza x si devono accorciare i lati affinché risulti un triangolo rettangolo.

(Teorema di Pitagora; equazione di 2° grado; x = cm 5).

55 Per un punto distante dm 8 e dm 25 dai lati di un angolo retto condurre una secante tale che il triangolo rettangolo determinato da essa e dai lati dell'angolo retto abbia area dm² 625.



($\overline{OA} = x$; similitudine $\overline{BD} = \ldots$; equazione di 2° grado; $x^2 - 50x + 400 = 0$; $x = 10$ e 40).

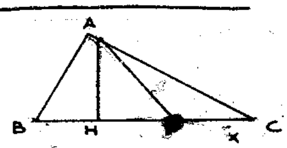
56 Per un punto distante a e b dai lati di un angolo retto condurre una secante tale che il triangolo rettangolo determinato da essa e dai lati dell'angolo retto abbia la somma delle misure dei cateti uguale a k.

(x un cateto; similitudine; equazione di 2° grado: $x^2 - (b - a + k)x + kb = 0 \ldots$).

57 Da un punto esterno ad una circonferenza di raggio r ed alla distanza d dal centro, si traccia una secante tale che la corda compresa entro la circonferenza sia lunga a; determinare la misura della parte esterna della secante.

(x parte esterna; Teorema delle due secanti; equazione di 2° grado: $x^2 + ax - (d^2 - r^2) = 0 \ldots$).

58 In un triangolo rettangolo di cateti dm 3 e dm 4 determinare sull'ipotenusa un punto tale che la somma dei quadrati delle sue distanze dai tre vertici valga dm² 34.



($\overline{PC} = x$; ipotenusa = dm 5; poi $\overline{AH}$; Teorema di Pitagora; equazione di 2° grado; x = dm $^7/_{15}$).

59 Determinare le misure dei cateti di un triangolo rettangolo di ipotenusa dm 10 e circoscritto a un cerchio di raggio dm 2.

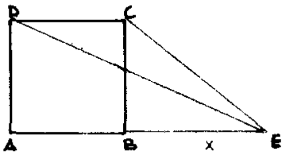
(x un cateto; somma cateti: dm $(10 + 2 \cdot 2)$; Teorema Pitagora; equazione di 2° grado: $x^2 - 14x + 48 = 0$; $x = 6$ e 8).

60 Di un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza di raggio dm 2 è nota la differenza, dm 2, fra le misure della base e dell'altezza. Trovare le misure della base e dell'altezza del triangolo.

($2x$ base, y altezza; sistema 2° grado $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x^2 + (y-2)^2 = 4 \end{cases}$ da cui ricaviamo $x = 2$; $^6/_5$; $y = 2$; $^2/_5$).

67 Dato un quadrato $A\ B\ C\ D$ di lato cm 20, determinare sulla retta $A\ B$ un punto E tale che l'area del quadrato di lato $E\ D$ sia doppia di quella del quadrato di lato $E\ C$.

($\overline{BE} = x$; Teorema di Pitagora; equazione di 2° grado spuria; $x =$ $=$ cm 40).

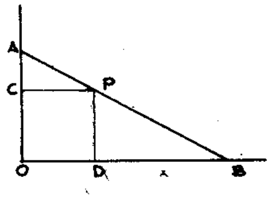


68 È data una semicirconferenza di raggio cm 4; determinare sul diametro $A\ B$ un punto C tale che la somma delle misure di $A\ C$ e del segmento $C\ D$ perpendicolare al diametro ed interno alla semicirconferenza valga cm 8.

($\overline{O\ C} = x$; equazione irrazionale; equazione 2° grado spuria; $x =$ cm 4).

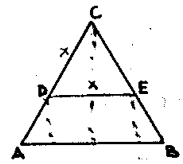
69 Per un punto interno ad un angolo retto ed avente dai lati di questo ugual distanza cm 20 $\sqrt{2}$, condurre una retta che determini con i lati dell'angolo retto un triangolo equivalente ad un quadrato di lato cm 50.

($\overline{DB} = x$; triangoli simili $\overline{A\ C} = \ldots$; equazione di 2° grado: $x^2\sqrt{2} - 170x +$ $+ 800\sqrt{2} = 0$; $x = 5\sqrt{2}; 80\sqrt{2}$).



70 Nell'interno di un triangolo equilatero $A\ B\ C$ di lato cm 30 condurre una parallela al lato $A\ B$ in modo che nel trapezio $A\ B\ E\ D$, avente per base minore il segmento della parallela interno al triangolo, la somma dei quadrati delle misure dei lati obliqui e della base minore sia cm² 1·032.

($\overline{C\ D} = \overline{D\ E} = x$; equazione di 2° grado: $x^2 - 40x + 256 = 0$; $x = (32)$; 8. Sono entrambe accettabili le soluzioni ?).



71 Dividere un segmento di lunghezza cm 4 in due parti tali che la somma del quadrato costruito su una e del triangolo equilatero costruito sull'altra sia cm² 4 $\sqrt{3}$.

(x lato quadrato; equazione 2° grado spuria; $x =$ $=$ cm $(32\sqrt{3} - 24)/13$).

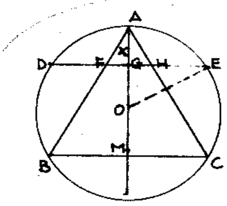
72 In un semicerchio di raggio cm 5 condurre una corda parallela al suo diametro, tale che il rettangolo che si ottiene proiettandola sul diametro abbia area cm² 20.

(x semicorda; equazione biquadratica; $x^4 - 25x^2 + 100 =$ $= 0$; $x = \sqrt{5}; 2\sqrt{5}$).

73 Dividere un segmento $\overline{AB} =$ cm 6 in due parti AC e CB tali che costruendo sulla prima il triangolo equilatero ACD e sulla seconda il quadrato $BCFE$ situato dalla stessa parte da cui si trova il triangolo e indi congiungendo i punti D ed F, il pentagono $ABEFD$ abbia area cm² 36.

($\overline{AC} = x$; equazione 2° grado spuria ; $x =$ cm $7(3 - \sqrt{3})$).

74 In una circonferenza di raggio cm 7 è inscritto un triangolo equilatero ; condurre una corda parallela a uno dei lati del triangolo in modo che la somma di essa con la sua parte interna al triangolo sia cm $6\sqrt{3}$.



($\overline{AG} = x$; equazione irrazionale ; poi equazione 2° grado : $4x^2 - 60x + 81 = 0$; $x = {}^3/_2$; ${}^{27}/_2$; ambedue accettabili ?):

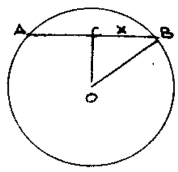
75 Inscrivere in una circonferenza di raggio cm 10 un triangolo isoscele tale che la somma del triplo della misura della sua altezza col doppio della misura della base sia uguale a cm 30.

(x altezza ; equazione irrazionale ; poi 2° grado ; $x =$ cm 2).

76 Fare il precedente problema con dati : cm 10 e cm 60.

($x = {}^{36}/_5$; 20 ; ambedue accettabili ?).

77 In una circonferenza di raggio cm 10 condurre una corda tale che la somma della misura di essa con la misura della sua distanza dal centro sia cm 20.

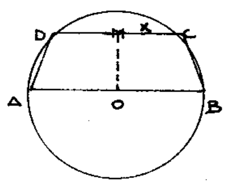


(x semicorda $= \overline{BC}$; equazione irrazionale ; poi equazione di 2° grado ; $x = 6$; 10 ; ambedue accettabili ?).

78 Dati un angolo retto $X\widehat{O}Y$ ed un punto M ad esso interno, alle distanze rispettivamente di cm 6 e cm 4 da OY e OX, condurre per M una retta tale che, detti A e B i punti d'intersezione con i lati dell'angolo retto, si abbia : $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 =$ cm² 100.

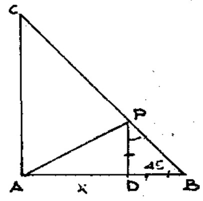
(Se D è la proiezione di M su OA, $\overline{DA} = x$; poi con similitudine $\overline{BC} = \ldots$; Teorema di Pitagora : $\overline{BM} = \ldots$; $\overline{MA} = \ldots$; equazione biquadratica ; $\Delta = 0$; $x_1 = x_2 =$ cm $2\sqrt{6}$).

79 Un trapezio inscritto in un cerchio di raggio cm 12 ha per base maggiore un diametro del cerchio ; sapendo che è ${}^{11}/_8$ il rapporto alla base maggiore della somma degli altri tre lati, determinare le misure di questi.



($\overline{CM} = x$; equazione irrazionale, poi equazione 2° grado : $x = {}^{21}/_2$ e negativa non accettabile).

80 Ciascuno dei cateti di un triangolo rettangolo isoscele $A\,B\,C$ (in cui $\overline{A\,B} = \overline{A\,C}$) vale 1. Determinare sull'ipotenusa un punto P tale che sia s la somma delle misure delle sue distanze dal cateto $A\,B$ e dal vertice A.

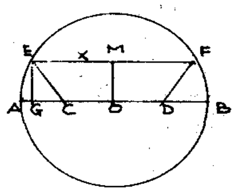


($\overline{A\,D} = x$; Teorema di Pitagora $A\,P\,D$, osservando che $\overline{P\,D} = \overline{B\,D}$; $\overline{A\,P} = \sqrt{x^2 + (1 - x)^2}$; equazione irrazionale, poi 2° grado : $x^2 - 2\,s\,x - s\,(s - 2) = 0$...).

81 Determinare le misure dei cateti di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa è lunga cm 15 e che la somma delle misure di uno di essi col doppio dell'altro vale cm 30.

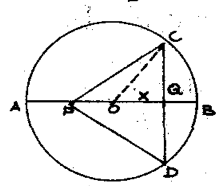
(x 1° cateto ; Teorema Pitagora ; equazione irrazionale ; poi equazione di 2° grado spuria ; x = cm 12).

82 Sopra un diametro $A\,B$ di una circonferenza di centro O e raggio cm 4 sono dati due punti C e D rispettivamente medi di $O\,A$ e $O\,B$. Determinare la lunghezza $2\,x$ di una corda $E\,F$ del cerchio parallela ad $A\,B$, in modo che la somma delle aree dei quadrati costruiti sui quattro lati del trapezio $C\,E\,F\,D$ sia cm² 52.



($\overline{E\,M} = x$; $\overline{G\,E}^2 = ...$; equazione di 2° grado con $\Delta = 0$; x = cm 1).

83 Sul diametro $A\,B$ di un cerchio di centro O e raggio cm 4 è dato il punto P, medio del raggio $O\,A$. Determinare sul raggio $O\,B$ un punto Q tale che, condotta per esso la corda $C\,D$ perpendicolare ad $A\,B$, la somma dei quadrati delle misure dei lati del triangolo $P\,C\,D$ sia cm² 104.



($\overline{O\,Q} = x$; Teorema di Pitagora due volte ; equazione di 2° grado spuria ; x = cm 2).

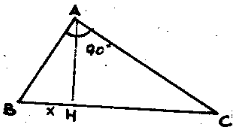
84 La base di un triangolo isoscele è lunga dm 64 e il lato obliquo dm 68 ; trovare la misura del lato del quadrato inscritto nel triangolo.

(Altezza = dm 60 ; x lato quadrato ; ricordiamo che in due triangoli simili le altezze stanno fra loro come ...).

85 In un triangolo rettangolo i cateti misurano m 6 e m 8 ; trovare la misura del lato del quadrato inscritto nel triangolo avente un lato sull'ipotenusa.

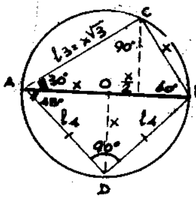
(Ipotenusa = m 10 ; altezza triangolo : m $^{24}/_5$; x lato del quadrato ; ricordiamo che in due triangoli simili le altezze stanno fra loro ... ; equazione di 1° grado).

92 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura cm 20 e l'altezza relativa a essa cm 8; trovare le lunghezze dei cateti.



($\overline{BH} = x$; per il 2° Teorema di Euclide ...; equazione di 2° grado: $x^2 - 20x + 64 = 0$; $x = 4; 16$; poi Teorema di Pitagora per i due cateti: $\overline{AB} = \text{cm}\sqrt{8^2 + 4^2}$; $\overline{AC} = \text{cm}\sqrt{8^2 + 16^2}$ ...).

93 Un quadrilatero inscritto in un cerchio ha due angoli opposti retti e due lati opposti sono rispettivamente il lato del triangolo equilatero e del quadrato inscritti nel cerchio; l'area del quadrilatero è m² $8(2 + \sqrt{3})$. Trovare la misura del raggio, la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio.

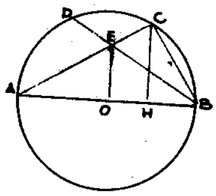


(x raggio del cerchio; per le note formule di l_3 ed l_4:

$$\frac{1}{2}x \cdot x\sqrt{3} + \frac{1}{2}(x\sqrt{2})^2 = 8(2 + \sqrt{3});$$

equazione di 2° grado pura: $x = \text{m } 4$).

94 Una circonferenza ha il diametro lungo cm 20; per gli estremi A e B di un diametro, e dalla stessa parte di esso, si conducano due corde uguali AC e BD, che si incontrano, lunghe ciascuna cm 16. Calcolare la misura della distanza del punto d'incontro E di tali corde dal centro della circonferenza.



(Subito: $\overline{CB} = \text{cm } 12$; $\overline{CH} = \text{cm } {}^{48}/_{5}$; poi 1° Teorema di Euclide: $\overline{AH} = \text{cm } {}^{64}/_{5}$; similitudine triangoli ACH, AEO ...: $\overline{EO} = \text{cm } {}^{15}/_{2}$).

95 Due poligoni simili sono tali che la somma delle loro aree è cm² 260; il rapporto dei perimetri è $^2/_3$. Calcolare le aree dei due poligoni.

(x area di un poligono; altra area $260 - x$; poiché in due poligoni simili i perimetri stanno fra loro come due lati omologhi, il rapporto di due lati omologhi è $^2/_3$; poiché in due poligoni simili le aree ...: $x : (260 - x) = 4 : 9$; equazione di 1° grado; $x = \text{cm}^2\ 80$ ...).

96 La somma delle aree di due triangoli isosceli simili è cm² 120; le basi sono lunghe cm 24 e cm 8; calcolare le aree, le misure delle altezze e dei lati dei due triangoli.

(x area di un triangolo; altra area $120 - x$; in due triangoli simili le aree ...; equazione 1° grado; $x = \text{cm}^2\ 108$; altra area: cm² 12; poi doppia area divisa base ...).

97 Il perimetro di un trapezio isoscele circoscritto ad un cerchio è cm 116; la base minore vale $^4/_{25}$ della base maggiore. Calcolare la lunghezza del raggio del cerchio e l'area del quadrilatero avente per vertici gli estremi della base minore, il punto d'intersezione dei lati ed il punto d'incontro delle diagonali.

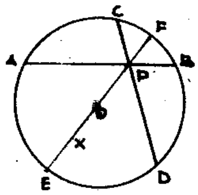
86 I lati di un triangolo sono lunghi dm 25, dm 20 e dm 15; determinare la misura del raggio del cerchio circoscritto al triangolo.

(Ricordiamo la formula che dà il raggio R del cerchio circoscritto ad un triangolo espresso mediante le misure dei lati: $R = {}^{abc}/_{4S}$; $R = \text{dm}\ {}^{25}/_{2}$).

87 L'area di un trapezio è m² 180; le basi sono l'una i $^2/_5$ dell'altra. Calcolare l'area del triangolo che ha per lati la base minore ed i prolungamenti dei lati.

(x base maggiore; base minore $^2/_5 \cdot x$; ricordiamo che le aree di due triangoli simili stanno fra loro come i quadrati di due lati omologhi; immediatamente dalla proporzione: $S = \text{m}^2\ {}^{240}/_{7}$).

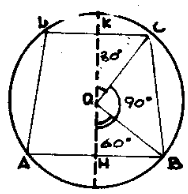
88 Due corde di un cerchio si tagliano ed il prodotto delle due parti rispettive di ciascuna di esse vale dm² 144; la distanza del loro punto d'incontro dal centro del cerchio misura dm 5. Trovare la misura del raggio, la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio.



(Raggio $= x$; osserviamo che, per il teorema delle due corde, sono uguali i prodotti: $AP \cdot PB = PC \cdot PD = EP \cdot PF$ e tutti valgono dm² 144; allora: $(x + 5)(x - 5) = 144$; equazione 2° grado pura; $x = \text{dm}\ 13 \ldots$).

89 In un cerchio di raggio r è inscritto un trapezio isoscele le cui basi sono uguali rispettivamente al lato dell'esagono regolare e del triangolo equilatero inscritti. Determinare il rapporto fra l'area del cerchio e quella del trapezio. Constatare che il lato obliquo del trapezio è uguale al lato del quadrato inscritto nel cerchio.

($\overline{AB} = l_3 = r \cdot \sqrt{3}$; $\overline{OD} = l_6 = r$; $\overline{OH} = {}^r/_2$; $\overline{OK} = {}^r/_2 \cdot \sqrt{3}$; $\overline{HK} = {}^r/_2 \cdot (1 + \sqrt{3})$; $S_{\text{trapezio}} = {}^{r^2}/_2 \cdot (2 + \sqrt{3})$; rapporto $= 2\pi\,(2 - \sqrt{3})$).



90 La somma delle lunghezze delle basi di un trapezio isoscele circoscritto a un cerchio vale cm 26 ed il loro rapporto è $^9/_4$. Trovare le misure delle basi del trapezio e del raggio del cerchio inscritto ed il rapporto fra l'area del trapezio e quella del cerchio.

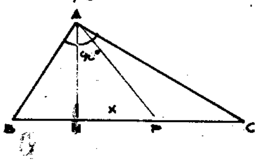
(x, y semibasi; sistema 1° grado in due incognite; $x = \text{cm}\ 9$; $y = \text{cm}\ 4$; poi 2° Teorema di Euclide al triangolo rettangolo ... : raggio = cm 6 ...).

91 La somma delle lunghezze delle diagonali di un rombo è dm 34 ed una di esse è $^{12}/_5$ dell'altra. Trovare le misure delle due diagonali, l'area del rombo e la misura del raggio del cerchio inscritto nel rombo.

(x, y diagonali; sistema 1° grado in due incognite; $x = \text{dm}\ 24$; $y = \text{dm}\ 10$; poi area ..., poi raggio, altezza relativa all'ipotenusa ... $= \text{dm}\ {}^{60}/_{13}$).

110 Dato il triangolo rettangolo ABC di cateti cm 3 e cm 4 determinare sull'ipotenusa BC un punto P tale che: $\overline{AP}^2 = {}^6/_5 \cdot \overline{BP} \cdot \overline{CP}$.

($\overline{PH} = x$; $\overline{AH} =$ cm ${}^{12}/_5$; Teorema di Pitagora $\overline{AP}^2$; $\overline{BP}$ e $\overline{CP}$ mediante 1° Teorema di Euclide; equazione di 2° grado: $\boxed{275x^2 - 210x - 144 = 0;}$ $x = {}^6/_5$ e negativa ...).



111 Inscrivere in una circonferenza di raggio cm 2 un triangolo isoscele, sapendo che la somma delle misure della base e dell'altezza vale cm 6.

(Altezza x; Teorema Pitagora; equazione irrazionale; poi equazione 2° grado: $5x^2 - 28x + 36 = 0$; $x = 2$; ${}^{18}/_5$).

112 Sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo di cateti cm 10 e cm 30 determinare un punto avente dal vertice dell'angolo retto distanza uguale a cm 10.

(x, y distanze del punto dai due cateti; similitudine e Teorema di Pitagora;

sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x : (30 - y) = 10 : 30 \end{cases}$ $\quad x^2 - 18x + 80 = 0$;

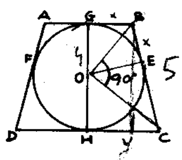
$x = 8$; 10 ; $y = 6$; 0 di cui i secondi valori ...).

113 Calcolare le misure delle basi di un trapezio isoscele circoscritto ad un cerchio, sapendo che la somma delle misure delle basi vale dm 10 e che l'area è dm² 20.

DA DIM !!! (x, y semibasi; 2° Teorema di Euclide al triangolo rettangolo BOC: $\overline{OE} = \sqrt{xy}$

$\begin{cases} x + y = 5 \\ 1/2\,(2x + 2y) \cdot 2\sqrt{xy} = 20 \end{cases}$ sistema simmetrico $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases}$

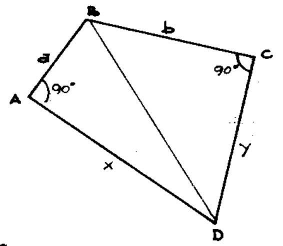
$t = 1$; 4).



114 Determinare le lunghezze delle basi di un trapezio isoscele circoscritto ad un cerchio di raggio cm 2, conoscendone l'area cm² $10\sqrt{17}$.

(x, y semibasi; sistema simmetrico; $t = (5\sqrt{17} + 19)/4$ e $(5\sqrt{17} - 19)/4$).

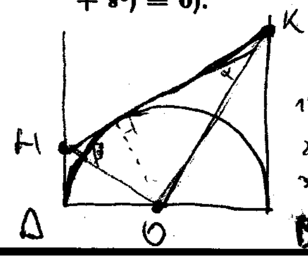
115 Un quadrilatero ha due angoli opposti retti; due dei lati consecutivi, non comprendenti un angolo retto, misurano a e b; l'area è $s^2/2$. Trovare le misure degli altri due lati.



($\overline{AD} = x$; $\overline{CD} = y$; sistema:

$\begin{cases} ax + by = s^2 \\ a^2 + x^2 = b^2 + y^2 \end{cases}$ da cui equazione:

$(a^2 - b^2)y^2 + 2bs^2y - (a^4 - a^2b^2 + s^4) = 0$).



DIM. che $H\hat{O}C = 90°$ (γ)
1°) γ ∈ somma angoli interni TR.
2°) proprietà tg. da un punto esterno
3°) somma angoli interni quadrilatero

 ES