ESEMPI DI QUESITI PER LA TERZA PROVA DI MATEMATICA A.S.2015-2016

1. Dopo aver definito il concetto di primitiva di una funzione $y=f(x)$, si determini la primitiva di $y=f(x)$ passante per il punto P:

$f(x)=\frac{2x}{(x^2+2)^2}$ $P(0,0)$	$f(x)=\frac{2x^2-3x+4}{x-1}$ $P(0,2)$	$f(x)=\frac{x}{\sqrt{(x^2+2)^3}}$ $P(-1,1)$	$f(x)=\frac{1}{x^2+4}$ $P(2,\pi)$

2. Dopo aver enunciato e dimostrato le proprietà di linearità degli integrali indefiniti, le si utilizzi per il calcolo di:

$\int(\frac{4}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x+2)dx$	$\int\left(\frac{3}{\sqrt[4]{x^3}}-\sqrt{x}\right)dx$	$\int(2senx-3\cos x+4tgx)dx$	$\int\left(\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}+3\right)dx$

3. Dopo aver enunciato il metodo di integrazione per sostituzione, lo si utilizzi per calcolare:

$\int x\sqrt{x-1}dx$	$\int\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$	$\int\cos x\cdot sen^3xdx$	$\int x\cdot\cos(x^2)dx$	$\int\frac{senx}{1+\cos^2 x}dx$
$f(x)=\sqrt{1-x^2}$	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$f(x)=\frac{1}{senx}$	$\int\frac{1+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$	$\int\frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$

4. Dopo aver enunciato e dimostrato il metodo di integrazione per parti, lo si utilizzi per calcolare:

$\int e^x\cdot senxdx$	$\int x\cdot e^{2x}dx$	$\int x\cdot\ln xdx$	$\int x^2\cdot\cos xdx$	$\int arctgxdx$

5. Determinare la convergenza o la divergenza del seguente integrale improprio:

$\int_1^2\frac{1}{\sqrt{x-1}}dx$	$\int_{-\infty}^{-1}\frac{x-x^2}{x^5}dx$	$\int_1^2\frac{1}{(x-2)}dx$	$\int_1^2\frac{1}{(x-2)^2}dx$	$\int_0^{+\infty}\frac{1}{x^2+4}dx$

6. Dopo aver rappresentato graficamente la parte di piano delimitata dalle funzioni seguenti , se ne calcoli l'area.

$f(x)=\ln x$ $g(x)=-x+1$ $h(x)=1$	$f(x)=\frac{1}{2}x^2$ $g(x)=\frac{1}{x^2+1}$	$g(x)=\frac{1}{x^2-4}$ $x=1$ $x=-1$ asse x	$f(x)=x^2+4x$ $g(x)=-x^2-4x$	$f(x)=e^x-1$ $g(x)=-e^x+1$ $x=-1$	$f(x)=x\cdot\ln x$ $g(x)=0$

7. Dopo aver rappresentato graficamente il trapezoide delimitato dalla funzione $y=f(x)$ nell'intervallo [a,b] , si calcoli il volume del solido da esso generato in una rotazione completa intorno all'asse x.

$f(x)=\sqrt{\frac{x}{3-x}}$ $[0,2]$	$f(x)=x^2-1$ $[-1,0]$	$f(x)=\sqrt{\frac{1}{3x^2+x-2}}$ $[1,2]$	$f(x)=2\cos x$ $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

8. Dopo aver enunciato e dimostrato il teorema del valor medio, si determini il valor medio della funzione $y = f(x)$ nell'intervallo [a,b] .

$f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad [0,3]$	$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1}} \quad [0,3]$	$f(x) = e^{2x} \quad \left[0, \frac{1}{2}\right]$

9. Dopo aver enunciato e dimostrato la formula per il calcolo del volume di un solido di rotazione , si ricavi la formula del volume di una sfera oppure di un cono oppure di un cilindro.

10. Dopo aver enunciato e dimostrato la formula per il calcolo della lunghezza di una curva , si ricavi la formula della lunghezza di una circonferenza.

11. Dopo aver enunciato e dimostrato la formula per il calcolo dell'area di una superficie di rotazione , si ricavi la formula dell'area della superficie sferica.

12. Dopo aver ricavato la formula di Bezout (o di Cavalieri –Simpson) la si utilizzi per calcolare l'area approssimata del trapezoide delimitato dalla funzione $y = f(x)$ nell'intervallo $[a,b]$, suddividendolo in un numero opportuno di parti. Se possibile, si determini il valore esatto della stessa.

$f(x) = senx^2 \quad [0,3]$	$f(x) = \ln \quad [1,5]$	$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad [1,3]$

13. Dopo averne individuato la tipologia, si risolva la seguente equazione differenziale e se ne determini l'integrale particolare passante per il punto P o che soddisfi la condizione iniziale indicata.

$y' \cdot y^2 (x^2 + 1) - 1 = 0$ $P(0,1)$	$\begin{cases} y' \cdot y^2 = senx \\ y(0) = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} y' + (\cos x) \cdot y = \cos x \\ y(0) = 3 \end{cases}$	$y'' - 4y' + 4y = 0$ P$(0,4)$ e Q$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$	$\begin{cases} y' \cos y = (x+1) \cdot seny \\ y(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$