

COMPITI DELLE VACANZE DI MATEMATICA – CLASSI QUARTE – A.S. 2016/2017

Svolgere lo studio delle seguenti funzioni

1. $y = x^3 - 2x^2 + x - 2$	2. $y = \frac{x^2 - 1}{x}$
3. $y = \frac{(2-x)^3}{3x-12}$	4. $y = \frac{2x-1}{x^2-4x+4}$
5. $y = \sqrt{4x-x^2}$	6. $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$
7. $y = \ln\left(\frac{x-1}{2x+1}\right)$	8. $y = \ln(x^2 - 4)$

Calcolare le derivate prime delle seguenti funzioni, dopo averne determinato il dominio

9. $y = x^3 - \sqrt{2x} + \sqrt[3]{x} - 2x$	10. $y = (\sqrt{x} + x)(x^2 - x + 1)$
11. $y = \frac{2}{3}(x + \ln x) + x \ln x$	12. $y = \frac{3}{2x-1}$
13. $y = \frac{\ln x - 2}{x}$	14. $y = \frac{3x^2 - 2x + 1}{3x^2 - 27}$
15. $y = (3x^2 - x)^8$	16. $y = 4 \ln 3x + \ln x$
17. $y = \sqrt{6x-5}$	18. $y = x\sqrt{4-x^2}$
19. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x+3}$	20. $y = \ln\left(\frac{x^2 - 2x}{x+1}\right)$
21. $y = \sqrt{6+5x-x^2}$	22. $y = \frac{x-4}{x+1}$
23. $y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{2x}$	24. $y = \frac{\ln(x+2)}{x}$

Determinare la retta tangente alla funzione nel punto indicato

25. $y = \frac{x-3}{x^2-1}$ punto di ascissa $x = 4$	26. $y = 4x^5 - 10x^2 + 9$ punto di ascissa $x = 1$
--	---

27. Trovare gli asintoti per la funzione 7
28. Trovare gli asintoti per la funzione 14
29. Trovare gli asintoti per la funzione 19
30. Trovare gli asintoti per la funzione 21

Calcolare i seguenti limiti

31. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$	32. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + x - 1}{4x^3 - 8x^2 - 5x - 1}$
33. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 5}{-x - 4}$	34. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 5x^3 - x}{-7x + 2x^3 + 3}$
35. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$	36. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x - 1}$

Risolvere i seguenti problemi economici

37. Dopo aver determinato il prezzo p per il quale le seguenti funzioni di domanda ed offerta possano essere considerate valide, individuare il prezzo di equilibrio tra la funzione di domanda $d(p) = -p^2 + 20p + 40$ e la funzione dell'offerta $r(p) = \frac{1}{4}p^2 - 9$.
38. Data la funzione di domanda $d(p) = -p^2 + 40p + 9600$,
- rappresentarla e determinare i valori di p affinché possa essere utilizzata come funzione di domanda
 - calcolarne il coefficiente di elasticità d'arco quando il prezzo varia da $p_1 = 80$ a $p_2 = 100$
 - calcolarne il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 110$
39. Data la funzione di domanda $d(p) = \frac{80}{p+4} - 6$,
- rappresentarla e determinare i valori di p affinché possa essere utilizzata come funzione di domanda
 - calcolarne il coefficiente di elasticità d'arco quando il prezzo varia da $p_1 = 4$ a $p_2 = 6$
 - calcolarne il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 5$
40. Data la funzione di domanda $d(p) = \frac{50}{p+1} - 2$, calcolarne il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 6$
41. Data la funzione di domanda $d(p) = -2p^2 + 6p + 10$, calcolarne il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 4$
42. Un'impresa per produrre detersivo per bucato sostiene un costo di produzione dato dalle seguenti voci:
- costo fisso di 961€
 - costo variabile unitario di $q + 8$
- Determinare:
- la funzione costo totale, il costo medio, il costo marginale.
 - Il punto di fuga
 - Verificare che il costo marginale ed il costo medio si incontrano nel punto di fuga
43. In un mercato di regime di concorrenza perfetta, il ricavo totale ed il costo totale relativo alla produzione e vendita di un bene sono $R(q) = -q^2 + 300q$ e $C(q) = 25q + 515$. Determinare:
- la funzione profitto e rappresentarla;

- b. la quantità da produrre e vendere per avere il massimo profitto ed il relativo valore
- c. la quantità da produrre e vendere per avere un profitto positivo (area di guadagno) e quale per un profitto negativo (area di perdita)
- d. i break even point
- e. se l'azienda non potesse produrre più di 250 unità, varierebbe il max profitto? Come?

Verificare che i risultati ottenuti per il max profitto, area di guadagno e area di perdita li si ottiene anche con il diagramma di redditività, dopo averlo rappresentato.

Verificare il punto di max profitto con costi e ricavi marginali

44. Una ditta può produrre in un mese al massimo 1500 Km di cavo elettrico. I costi di produzione sono nella misura di 250€ quali costi fissi e di 0,5€ per Km di cavo quali costi variabili. La quantità di cavo richiesta è espressa dalla funzione $d(p) = -800p + 2400$, dove d è la quantità richiesta e p il prezzo di vendita al Km.

Determinare:

- a. la funzione profitto e rappresentarla;
- b. la quantità da produrre e vendere per avere il massimo profitto ed il relativo valore
- c. la quantità da produrre e vendere per avere un profitto positivo (area di guadagno) e quale per un profitto negativo (area di perdita)
- d. il break even point
- e. se l'azienda non potesse produrre più di 750 unità, varierebbe il max profitto? Come?

Verificare che i risultati ottenuti per il max profitto, area di guadagno e di perdita li si ottiene anche con il diagramma di redditività, dopo averlo rappresentato.

Verificare il punto di max profitto con costi e ricavi marginali

45. I costi di produzione di un dato bene sono i seguenti: 600€ costo fisso mensile, costo delle materie prime 0,25€ per ogni Kg di prodotto, costo della mano d'opera di 0,20€ per ogni Kg di prodotto. Ogni mese si possono produrre al massimo 4000 Kg di prodotto che viene venduto al prezzo di 1€ al Kg.

Determinare:

- a. la funzione profitto e rappresentarla;
- b. la quantità da produrre e vendere per avere il massimo profitto ed il relativo valore
- c. la quantità da produrre e vendere per avere un profitto positivo (area di guadagno) e quale per un profitto negativo (area di perdita)
- d. il break even point

se l'azienda non potesse produrre più di 3500 unità, varierebbe il max profitto? Come?

Verificare che i risultati ottenuti per il max profitto, area di guadagno e di perdita li si ottiene anche con il diagramma di redditività, dopo averlo rappresentato.

46. Un'industria, relativamente alla sua produzione mensile, dispone dei seguenti dati:

- a. costo totale mensile $C(q) = 0,01q^2 + 25q + 2000$
- b. prezzo unitario di vendita 45€.

Determinare:

- c. la funzione profitto e rappresentarla;
- d. la quantità da produrre e vendere per avere il massimo profitto ed il relativo valore

e. la quantità da produrre e vendere per avere un profitto positivo (area di guadagno) e quale per un profitto negativo (area di perdita)

f. i break even point

se l'azienda non potesse produrre più di 750 unità, varierebbe il max profitto? Come?

Verificare che i risultati ottenuti per il max profitto, area di guadagno e di perdita li si ottiene anche con il diagramma di redditività, dopo averlo rappresentato.

Verificare il punto di max profitto con costi e ricavi marginali