

COMPITI DELLE VACANZE DI MATEMATICA – CLASSE TERZA A A.F.M. – ANNO SCOLASTICO 2016/2017

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni di grado superiore al secondo

1. $x^4 - 81 = 0$	2. $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$
3. $x^6 - 5x^3 + 6 = 0$	4. $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$
5. $3(x^3 + x^2 - 1) + x(x^2 + 9x - 1) = 0$	6. $x^4 - 5x^3 - x + 5 < 0$
7. $x^6 + 8x^3 \geq 0$	8. $x^3(x + 2) > x^5(7 - x)$

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni con i moduli

9. $2 - x^2 - 9 - x - 6 = 3x$	10. $ x^2 - 2x - 3 = x - 3$
11. $ x^2 - 4 < x^2 + 5x + 10$	12. $ x > x^2 - 4x + 6$

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni con i moduli per via grafica

13. $ x - 4 = -x + 3$	14. $ x - 2 = x^2 - 1$
15. $ 3x - 4 < x^2 - 4$	16. $ x > x^2 - 4x + 6$

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni irrazionali

17. $\sqrt{3x + 4} = 2 + x$	18. $\sqrt[3]{x^3 - 2} = 1 + x$
19. $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = 2 - x$	20. $\sqrt{4x^2 + 5x - 6} < 4x - 3$
21. $\sqrt{x^2 + 16} - x > -3$	22. $1 > \sqrt{x^2 - 2x} - x$

Risolvere i seguenti problemi di geometria analitica (le parabole hanno asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate, ove non specificato)

23. Verificare che il triangolo di vertici $A(2;2)$ $B\left(6; \frac{3}{2}\right)$ $C(4;5)$ è isoscele e calcolarne il perimetro.
24. Nel triangolo ABC, di vertici $A(-2;4)$ $B(0;2)$ $C(4;6)$ determinare i punti medi dei tre lati e le lunghezze delle mediane.
25. Sulla retta $y = 2x + 3$ determinare il punto A di ascissa 1 ed il punto B di ordinata 7. Rappresentarla.
26. Data la retta $2x + 3y - 1 = 0$, scrivere l'equazione della retta parallela e della perpendicolare passante per $A(1;-1)$. Rappresentarle.
27. Determinare l'equazione della retta che è perpendicolare a quella passante per $A(2;5)$ e $B(-3;-1)$ e che passa per il punto $C(-2;3)$

28. Data la retta $y = 2x + 5$, scrivere l'equazione della retta simmetrica a questa rispetto all'asse delle ordinate e rispetto all'asse delle ascisse.
29. Data la retta $y = -2x + 3$, scrivere l'equazione della retta simmetrica a questa rispetto all'origine e traslarla con un vettore $\vec{v}(-2;1)$
30. Determinare l'equazione della parabola passante per i punti $A(-1;0)$ $B(0;5)$ $C(2;3)$
31. Determinare l'equazione della parabola passante per $A(4;10)$ ed avente vertice $V(1;-8)$
32. Determinare l'equazione della parabola passante per $A(1;-2)$, con asse di simmetria di equazione $x = 2$ ed avente vertice $V(2;-3)$
33. Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ascisse, il fuoco in $F(-1;1)$ ed il vertice appartenente alla retta di equazione $4x + 2y + 3 = 0$
34. Determinare l'equazione della parabola passante per l'origine e per $A\left(1; \frac{7}{8}\right)$ e con vertice sulla retta di equazione $y = 2x - 6$
35. Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 4x - 4$, determinare l'equazione della retta tangente ad essa nel punto $A(1;-1)$
36. Determinare la posizione della retta $y = 2x + 5$ rispetto alla parabola $y = x^2 + 2x + 9$. Rappresentarle.
37. Data la parabola $x = y^2 + 5y + 6$, determinarne vertice, fuoco, asse di simmetria e retta direttrice. Rappresentarla
38. Determinare l'equazione della circonferenza con centro $C(-4;2)$ e raggio $r = 3$
39. Determinare l'equazione della circonferenza con centro $C(4;2)$ e passante per il punto di intersezione delle rette di equazione $y = 2x + 1$ e $y = 4x - 1$
40. Determinare l'equazione della circonferenza con centro sulla retta $2x - y - 5 = 0$ e passante per i punti di intersezione della retta $x - y + 2 = 0$ con gli assi coordinati.
41. Determinare l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento compreso tra i punti $A(-2;-1)$ e B, punto di intersezione della retta $y = 2x + 3$ con l'asse delle ordinate.
42. Determinare l'equazione della circonferenza sapendo che il centro si trova sulla retta $3x - 2y + 3 = 0$ e che passa per i punti $A(-1;3)$ e $B(3;1)$.
43. Determinare la posizione della retta $4x + 3y - 18 = 0$ rispetto alla circonferenza $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$. Rappresentarle.
44. Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate, avente vertice in $(0;4)$ ed eccentricità $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$.
45. Determinare l'equazione dell'ellisse aventi due dei suoi vertici nei punti di intersezione della retta $x - 3y + 9 = 0$ con gli assi cartesiani.

46. Determinare l'equazione dell'ellisse avente un fuoco in $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ e l'asse minore di lunghezza $\sqrt{7}$.
47. Determinare l'equazione dell'ellisse passante per i punti $\left(\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$ e $\left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
48. Determinare l'equazione dell'ellisse avente fuoco in $(0; 4)$ ed eccentricità $e = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
49. Determinare l'equazione dell'iperbole avente fuoco in $\left(-\frac{5}{2}; 0\right)$ ed asintoto $y = \frac{4}{3}x$.
50. Determinare l'equazione dell'iperbole avente asse trasverso sull'asse delle ascisse di lunghezza 8 ed eccentricità 2.
51. Determinare l'equazione dell'iperbole avente asse trasverso sull'asse delle ordinate di lunghezza 8 e passante per il punto $(6; 5)$.
52. Determinare l'equazione dell'iperbole avente distanza focale di lunghezza $2\sqrt{7}$, asse trasverso sulle ascisse e passante per il punto $(2\sqrt{2}; -\sqrt{3})$.
53. Determinare la posizione della retta $3x + 2y = 0$ rispetto all'iperbole $x^2 - 4y^2 = 20$. Rappresentarle.

Risolvere i seguenti esercizi di matematica finanziaria

54. Un capitale di 8000€ impiegato al 4% trimestrale per 6 mesi ha prodotto un montante che è stato reimpiegato per 17 mesi. Alla scadenza si ha un montante complessivo di 10000€. A quale tasso annuo è stata eseguita la seconda operazione finanziaria? Quale tasso annuo avrebbe consentito di ottenere lo stesso montante considerando l'impiego del capitale iniziale per 23 mesi? (interesse semplice)
55. Ho depositato nel mio conto corrente 1575,91€ al tasso del 3,15% annuo. Dopo quanto tempo posso prelevare un montante di 1635,91€? (interesse semplice)
56. Una persona impiega un capitale a interesse composto con capitalizzazione trimestrale all'1,75%. Dopo 7 anni e 5 mesi, impiega il montante a interesse semplice annuo; dopo 9 anni dal primo impiego, quella persona dispone dello stesso montante che avrebbe avuto se avesse impiegato il capitale a interesse composto al 7% annuo. Qual è il tasso del secondo impiego?
57. Otto anni fa ho impiegato un capitale a interesse composto al 4,25% annuo ed un altro capitale ad interesse composto all'8% annuo nominale convertibile trimestralmente. Il montante complessivo oggi è di 11868,95€ e tra 3 anni sarà di 14237,59€. Determinare i due capitali.
58. Quanto tempo prima della scadenza ho saldato un debito di 7000€ con 6852,25€, considerando uno sconto razionale al tasso annuo del 5,75%?
59. Un credito di 1000€ viene incassato 1 anno e 3 mesi prima della scadenza. Utilizzando la legge dello sconto composto ed un tasso semestrale del 6%, quanto si incasse e qual è lo sconto?
60. Presso una banca sconto un credito di 5000€ che scade tra 3 mesi ed un altro di 2700€ che scade tra 216 giorni. La banca calcola uno sconto composto del 12%. Impiego l'importo a interesse composto al 4,5% annuo. Quale montante avrò tra 8 anni?
61. Oggi riscuoto un prestito di 50000€ concesso 8 anni fa al 12% convertibile semestralmente e il montante di due somme, la prima doppia della seconda, impiegate rispettivamente 6 anni fa e 3 anni fa allo stesso tasso.

Con quanto riscosso acquisto un appartamento del valore di 250000€. Quale era l'importo delle due somme? (interesse composto)

62. Una persona ha depositato 8 anni fa 10000€ presso una banca che capitalizza al tasso semestrale composto del 2%, dopo 3 anni 8 mesi e 15 giorni ha depositato 5000€ ed un'ulteriore somma 2 anni fa. Sapendo che oggi può ritirare complessivamente 22500€, determinare il valore della terza somma.
63. Presto 10000€ ad un amico che si impegna, per estinguere il debito, a versarmi tra 2, 3 e 5 anni tre somme dello stesso ammontare. Qual è l'importo delle tre somme se si fissa un tasso di interesse composto del 10%?
64. Dato il tasso annuo del 7,85% determinare i tassi equivalenti: semestrale, trimestrale e mensile (semplice e composto)