

COMPITI DELLE VACANZE DI MATEMATICA – CLASSI TERZE – ANNO SCOLASTICO 2016/2017

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni di grado superiore al secondo

1. $x^4 - 81 = 0$	2. $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$
3. $x^6 - 5x^3 + 6 = 0$	4. $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$
5. $3(x^3 + x^2 - 1) + x(x^2 + 9x - 1) = 0$	6. $x^4 - 5x^3 - x + 5 < 0$
7. $x^6 + 8x^3 \geq 0$	8. $x^3(x + 2) > x^5(7 - x)$

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni con i moduli

9. $2 - x^2 - 9 - x - 6 = 3x$	10. $ x^2 - 2x - 3 = x - 3$
11. $ x^2 - 4 < x^2 + 5x + 10$	12. $ x > x^2 - 4x + 6$

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni con i moduli per via grafica

13. $ x - 4 = -x + 3$	14. $ x - 2 = x^2 - 1$
15. $ 3x - 4 < x^2 - 4$	16. $ x > x^2 - 4x + 6$

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni irrazionali

17. $\sqrt{3x + 4} = 2 + x$	18. $\sqrt[3]{x^3 - 2} = 1 + x$
19. $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = 2 - x$	20. $\sqrt{4x^2 + 5x - 6} < 4x - 3$
21. $\sqrt{x^2 + 16} - x > -3$	22. $1 > \sqrt{x^2 - 2x} - x$

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni esponenziali

23. $3^x \cdot 27 = 9^{2x}$	24. $2^x + 9 \cdot 2^x = 160$
25. $3^{2-x} + 3^{3-x} = 12$	26. $4^{2x-1} - 4^{2x+1} + 3 \cdot 2^{4x} = -\frac{3}{2}$
27. $2^x + 8 = \frac{1}{4} + 2^{1-x}$	28. $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} - \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x-1}{x}} = 0$
29. $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} < 625$	30. $(0,01)^x - 7(0,1)^x - 30 < 0$
31. $\frac{5}{7}(0,2)^x + \frac{7}{5} - \frac{2}{35}(0,2)^{-x} < 0$	32. $7^x - 6 > 7^{1-x}$

Risolvere i seguenti problemi di geometria analitica (le parabole hanno asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate, ove non specificato)

33. Determinare l'equazione della parabola passante per i punti $A(-1;0)$ $B(0;5)$ $C(2;3)$
34. Determinare l'equazione della parabola passante per $A(4;10)$ ed avente vertice $V(1;-8)$
35. Determinare l'equazione della parabola passante per l'origine e per $A\left(1;\frac{7}{8}\right)$ e con vertice sulla retta di equazione $y = 2x - 6$
36. Determinare la posizione della retta $y = 2x + 5$ rispetto alla parabola $y = x^2 + 2x + 9$. Rappresentarle.
37. Data la parabola $x = y^2 + 5y + 6$, determinarne vertice, fuoco, asse di simmetria e retta direttrice. Rappresentarla
38. Determinare l'equazione della circonferenza con centro $C(-4;2)$ e raggio $r = 3$
39. Determinare l'equazione della circonferenza con centro $C(4;2)$ e passante per il punto di intersezione delle rette di equazione $y = 2x + 1$ e $y = 4x - 1$
40. Determinare l'equazione della circonferenza con centro sulla retta $2x - y - 5 = 0$ e passante per i punti di intersezione della retta $x - y + 2 = 0$ con gli assi coordinati.
41. Determinare la posizione della retta $4x + 3y - 18 = 0$ rispetto alla circonferenza $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$. Rappresentarle.
42. Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate, avente vertice in $(0;4)$ ed eccentricità $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$.
43. Determinare l'equazione dell'ellisse aventi due dei suoi vertici nei punti di intersezione della retta $x - 3y + 9 = 0$ con gli assi cartesiani.
44. Determinare l'equazione dell'ellisse avente un fuoco in $\left(\frac{3}{2};0\right)$ e l'asse minore di lunghezza $\sqrt{7}$.
45. Determinare l'equazione dell'ellisse passante per i punti $\left(\sqrt{3};\frac{1}{2}\right)$ e $\left(-1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
46. Determinare l'equazione dell'ellisse avente fuoco in $(0;4)$ ed eccentricità $e = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
47. Determinare l'equazione dell'iperbole avente fuoco in $\left(-\frac{5}{2};0\right)$ ed asintoto $y = \frac{4}{3}x$.
48. Determinare l'equazione dell'iperbole avente asse trasverso sull'asse delle ascisse di lunghezza 8 ed eccentricità 2.
49. Determinare l'equazione dell'iperbole avente asse trasverso sull'asse delle ordinate di lunghezza 8 e passante per il punto $(6;5)$.

50. Determinare l'equazione dell'iperbole avente distanza focale di lunghezza $2\sqrt{7}$, asse trasverso sulle ascisse e passante per il punto $(2\sqrt{2}; -\sqrt{3})$.
51. Determinare la posizione della retta $3x + 2y = 0$ rispetto all'iperbole $x^2 - 4y^2 = 20$. Rappresentarle.

Risolvere i seguenti esercizi di matematica finanziaria

52. Un capitale di 8000€ impiegato al 4% trimestrale per 6 mesi ha prodotto un montante che è stato reimpiegato per 17 mesi. Alla scadenza si ha un montante complessivo di 10000€. A quale tasso annuo è stata eseguita la seconda operazione finanziaria? Quale tasso annuo avrebbe consentito di ottenere lo stesso montante considerando l'impiego del capitale iniziale per 23 mesi? (interesse semplice)
53. Ho depositato nel mio conto corrente 1575,91€ al tasso del 3,15% annuo. Dopo quanto tempo posso prelevare un montante di 1635,91€? (interesse semplice)
54. Una persona impiega un capitale a interesse composto con capitalizzazione trimestrale all'1,75%. Dopo 7 anni e 5 mesi, impiega il montante a interesse semplice annuo; dopo 9 anni dal primo impiego, quella persona dispone dello stesso montante che avrebbe avuto se avesse impiegato il capitale a interesse composto al 7% annuo. Qual è il tasso del secondo impiego?
55. Otto anni fa ho impiegato un capitale a interesse composto al 4,25% annuo ed un altro capitale ad interesse composto all'8% annuo nominale convertibile trimestralmente. Il montante complessivo oggi è di 11868,95€ e tra 3 anni sarà di 14237,59€. Determinare i due capitali.
56. Un credito di 10865€ scade tra 170 giorni. Quanto si riscuote oggi, se si calcola lo sconto razionale del 7%?
57. Presso una banca sconto un credito di 5000€ che scade tra 3 mesi ed un altro di 2700€ che scade tra 216 giorni. La banca calcola uno sconto composto del 12%. Impiego l'importo a interesse composto al 4,5% annuo. Quale montante avrò tra 8 anni?
58. Tizio acquista un'automobile pagando subito 7500€ e successivamente, a partire dall'inizio del prossimo anno, 3845,77€ all'anno per 7 anni. Applicando una valutazione del 7% annuo, qual è il prezzo dell'automobile?
59. Presso una banca che applica il tasso del 10% semestrale ho versamento annualmente, fino ad oggi, 1750€ per 8 anni. Presso un'altra banca che applica il tasso del 5,2% ho versato, fino ad un semestre fa, 2000 euro a semestre. Di quanto potrò disporre oggi complessivamente?
60. Ho versato, per 8 anni consecutivi, € 1500 al tasso dell'8,5% annuo. Oggi, un anno dopo l'ultimo versamento, ritiro il montante ottenuto per estinguere un debito che scade tra 4 anni, valutato al tasso del 5% annuo. Calcola l'importo di tale debito.
61. Ho versato presso una banca € 4000 per 5 anni e, di seguito, € 5500 per 7 anni. Qual è il montante all'atto dell'ultimo versamento, calcolato al tasso del 3,5% annuo?
E quale rata costante avrei dovuto versare per ottenere lo stesso montante, nello stesso tempo, allo stesso tasso?
62. Ho versato presso una banca, che applica il tasso del 3,25% annuo, € 2850 ogni anno per 10 anni. Tre anni dopo l'ultimo versamento, ho ritirato il montante e l'ho reimpiegato presso una banca che applica il tasso del 2%. Quanto potrò ritirare dopo 5 anni?
63. A saldo di alcuni acquisti, dovremmo pagare € 1000 all'anno per 5 anni consecutivi al tasso annuo del 7,35% e la data del primo versamento è fissata fra 4 anni. Se ci viene concesso di fare un unico versamento fra 6 anni allo stesso tasso, a quanto ammonta la somma che devo pagare?

64. Per l'acquisto di un macchinario una ditta deve pagare 6 rate annue di € 12000 con la prima rata scadente tra 3 anni ed ha versato oggi € 25000 come acconto. Qual è il prezzo del macchinario se la rateizzazione è stata praticata al tasso del 4,15%?
65. Dato il tasso annuo del 7,85% determinare i tassi equivalenti: semestrale, trimestrale e mensile (semplice e composto)